

# Vers un cadre commun pour les diplômes de Mathématiques en Europe

## LE GROUPE TUNING DE MATHÉMATIQUES

C'est dans le sillage de la *Déclaration de Bologne* [B], signée en 1999 par les ministres chargés de l'enseignement supérieur de 29 pays européens, et de sa suite, le *Communiqué de Prague* [P], qu'un groupe d'universités a mis en place le projet "Tuning educational structures in Europe" [T1, T2]. Il a été coordonné par les Universités de Deusto et de Groningen et a bénéficié du soutien financier de l'Union Européenne. Comme son nom le suggère, l'objectif principal du projet était d'étudier comment accorder et (*non* uniformiser) les structures d'enseignement en Europe, et ainsi contribuer au développement de l'espace européen d'enseignement supérieur. Ceci, à son tour, devrait faciliter la mobilité et améliorer les perspectives d'emploi des diplômés européens.

Les mathématiques étaient l'un des domaines représentés dans Tuning, et ce texte reflète le point de vue unanime du groupe de mathématiques du projet. Mais, comme le groupe ne revendique aucun rôle représentatif, nous (les membres du groupe) pensons nécessaire de le diffuser pour commentaire auprès d'une large communauté de mathématiciens européens. Nous pensons qu'aucune forme d'action (esquissée ici) ne sera possible et fructueuse sans un large accord. En particulier, les membres mathématiciens du groupe accueilleront avec plaisir tout commentaire sur ce document. Leurs adresses électroniques figurent en fin de document.

Le Groupe Tuning de Mathématique est heureux d'exprimer ses remerciements aux coordinateurs du Projet, Julia González (Universidad de Deusto) et Robert Wagenaar (Rijksuniversiteit Groningen), ainsi qu'à la Commission Européenne, pour avoir créé les conditions d'interactions fructueuses et agréables entre ses membres

## Résumé

- Ce texte ne concerne que les universités (universités techniques comprises), et non les autres types d'établissements d'enseignement supérieur.
- L'objectif d'un "cadre commun pour les diplômes de mathématiques en Europe" est de faciliter leur reconnaissance automatique et ainsi favoriser la mobilité.
- L'idée d'un cadre commun doit être associée à un système d'habilitation.
- Les deux composantes d'un cadre commun sont des structures similaires (mais non nécessairement identiques) et un tronc commun (autorisant une certaine flexibilité locale) pour les deux ou trois premières années.
- Au-delà d'un tronc commun, les filières pourront diverger de façon significative, notamment pour le deuxième cycle. Comme il existe de nombreux domaines en mathématiques, et que parmi eux beaucoup sont liés à d'autres champs du savoir, la souplesse est essentielle.
- La base commune de toutes les filières comprendra de l'analyse à une et plusieurs variables et de l'algèbre linéaire.
- Nous proposons une liste large d'autres sujets auxquels tout diplômé devrait avoir été familiarisé pour pouvoir être reconnu comme mathématicien. Mais il n'est pas nécessaire

que toutes les filières comprennent un module spécifique traitant de chacun de ces domaines.

- Nous ne présentons pas de liste normative de sujets devant être traités, mais nous indiquons précisément les trois compétences qui, à notre avis, peuvent être attendues de tout diplômé en mathématiques :
  - (a) l'aptitude à concevoir une preuve,
  - (b) l'aptitude à modéliser une situation en termes mathématiques
  - (c) l'aptitude à résoudre un problème au moyen d'outils mathématiques.
- Le premier cycle devrait normalement laisser du temps pour l'apprentissage du calcul sur ordinateur et la confrontation à au moins un domaine majeur d'application des mathématiques.
- Nous devrions viser une grande variété de dominantes dans les filières de deuxième cycle de mathématiques. Leur caractéristique commune devrait être l'exigence que tous les étudiants fournissent une quantité significative de travail personnel. A cette fin, un minimum de 90 crédits<sup>1</sup> ECTS devrait être requis pour l'attribution d'un Master.
- Divers systèmes non identiques devraient pouvoir coexister, mais de grands écarts par rapport à la norme (en terme de tronc commun ou de structure en cycles) devraient être fondés sur des exigences de niveau d'entrée appropriées, ou sur d'autres facteurs spécifiques à la filière, pouvant être l'objet d'une habilitation externe. A défaut, de tels diplômes risqueraient de ne pas bénéficier de la reconnaissance automatique européenne fournie par un cadre commun, même si par ailleurs ils constituent une filière d'enseignement supérieur de qualité.

## **1. Un cadre commun : ce qu'il doit ou ne doit pas être ou faire**

**1.1** Le seul but possible en s'accordant sur un "cadre commun européen" devrait être de faciliter la reconnaissance automatique de diplômes de mathématiques en Europe, de manière à faciliter la mobilité. Nous entendons par là que lorsqu'une ou un titulaire d'un diplôme de mathématique d'un pays A se rendra dans un pays B :

a) elle ou il sera légalement reconnu(e) comme titulaire de ce diplôme, et le gouvernement du pays B n'exigera pas d'autre preuve de compétence.

b) un employeur potentiel du pays B pourra considérer qu'elle ou il détient le savoir général que l'on peut attendre de quelqu'un ayant ce même diplôme.

Bien sûr, aucun de ces diplômes ne garantit un emploi : leurs titulaires auront encore à prendre part aux procédures (concours, entretien, examen du curriculum, valeur accordée par l'employeur à l'institution ayant délivré le diplôme) en vigueur dans le pays B pour obtenir un emploi privé ou public.

**1.2** Une composante importante d'un cadre commun aux diplômes de mathématiques en Europe tient à ce que toutes les filières aient des structures similaires, bien que non identiques.

---

<sup>1</sup> ECTS signifie "European Credit Transfer System". Les crédits ECTS mesurent le niveau d'études atteint par l'étudiant. L'idée générale de base est que le niveau d'étude qui devrait être atteint par un étudiant moyen à temps plein durant une année académique vaut 60 crédits ECTS. C'est pourquoi la charge de travail requise pour 60 crédits ECTS devrait correspondre à ce qu'un étudiant moyen, se consacrant à temps plein à ses études, est supposé faire en une année académique.

Une autre se situe dans l'accord sur un tronc commun laissant place à une part de flexibilité locale.

**1.3** Insistons sur le fait qu'en aucune manière nous pensons que de s'accorder sur une quelconque forme de cadre commun puisse constituer un mode de transfert automatique entre universités. Ceux-ci exigeront toujours une étude au cas par cas, puisque s'il est vrai que des filières différentes peuvent conduire à des niveaux adéquats par des voies différentes mais cohérentes, il se peut que des mélanges inappropriés n'y parviennent pas.

**1.4** Dans de nombreux pays européens il existe des établissements d'enseignement supérieur qui diffèrent des universités tant par le niveau exigé des étudiants que par leur manière d'enseigner et apprendre. En fait, de manière à ne pas exclure un nombre substantiel d'étudiants, il est essentiel que ces différences soient maintenues. Nous tenons à dire explicitement que *ce texte ne traite que des universités (universités techniques comprises)*, et qu'une proposition de cadre commun conçu pour les universités ne s'appliquerait pas obligatoirement à d'autres types d'établissements.

## **2. Vers un tronc commun de mathématiques**

### **2.1 Remarques générales**

A première vue, les mathématiques semblent bien se prêter à la définition d'un tronc commun, par exemple pour les deux ou trois premières années. Par leur nature propre et leur structure logique, il y a bien une part commune à toutes les filières de mathématiques, constituée des notions fondamentales. D'un autre côté, il existe de nombreux domaines en mathématiques, beaucoup d'entre eux étant liés à d'autres champs du savoir (informatique, physique, sciences de l'ingénieur, économie, etc.). La souplesse est donc de la plus haute importance pour conserver cette diversité ainsi que les interactions qui enrichissent notre science.

Il pourrait peut-être y avoir un accord sur une liste de sujets qui doivent absolument figurer (algèbre linéaire, analyse élémentaire) ou qui devraient figurer (probabilités/statistiques, une certaine familiarité avec l'usage en mathématique de l'ordinateur) dans tout diplôme de mathématiques. Dans le cas de certains cours spécialisés, tels que la physique mathématique, il y aura certainement des différences entre les pays voire entre les universités d'un même pays, sans que cela n'implique une différence de qualité entre les filières.

De plus, une large diversité de filières de mathématiques existe actuellement en Europe. Leurs exigences à l'entrée diffèrent, tout comme leur durée ou ce qui est attendu des étudiants. Il est extrêmement important que cette diversité soit maintenue, tant pour des raisons d'efficacité du système éducatif que pour des raisons sociales, pour s'adapter aux capacités du plus grand nombre d'étudiants possible. Fixer une définition unique de contenu, de méthodes ou de niveau pour tout l'enseignement supérieur européen exclurait de nombreux étudiants du système, et serait, en général, contre-productif.

En fait, le groupe est unanime sur le fait que les filières pourraient diverger de façon significative au-delà d'un tronc commun (par exemple dans la direction mathématiques "pures", dans celle des probabilités-statistiques appliquées à l'économie ou la finance, de la physique mathématique, ou de l'enseignement des mathématiques dans le secondaire). La présentation et l'exigence de rigueur montreront que ces filières sont valablement des filières

de mathématiques, même si l'on accepte qu'il y ait, et qu'il faudra qu'il continue à y avoir, une variabilité dans le niveau abordé voire, dans une certaine mesure, dans les contenus, y compris dans les deux ou trois premières années.

Quant au deuxième cycle, non seulement nous pensons que les filières peuvent différer, mais nous sommes convaincus que, pour refléter la diversité des mathématiques et ses relations avec d'autres disciplines, toutes sortes de deuxième cycles différents devraient être développés, faisant en particulier appel aux points forts spécifiques à chaque établissement.

## **2.2 Nécessité d'une habilitation**

L'idée d'un tronc commun doit être combinée avec un système d'habilitation. Pour reconnaître que des universités remplissent les exigences du tronc commun, il convient de vérifier trois aspects:

- une liste de contenus
- une liste de savoir-faire
- un niveau de maîtrise des concepts

Ceux-ci ne peuvent pas être ramenés à un critère unique.

L'expertise par un groupe d'évaluation constitué par des pairs, principalement mathématiciens, est nécessaire pour donner cette habilitation. Les points clés de l'évaluation devraient être :

- (a) la filière dans son ensemble
- (b) les unités de la filière (tant en contenu qu'en niveau)
- (c) les conditions d'accès
- (d) les acquis de la formation (savoir-faire et niveau atteints)
- (e) l'évaluation tant par les diplômés que par les employeurs

Le groupe ne pense pas qu'un (lourd) système d'habilitation européen soit nécessaire, mais que les universités agissent au niveau national, dans le cadre de leur quête de reconnaissance automatique. Pour que cette reconnaissance automatique acquière un niveau international, la présence de mathématiciens d'autres pays semble essentielle.

### **3. Quelques principes pour un tronc commun pour le premier degré (Licence) en mathématiques**

Nous n'avons pas le sentiment qu'une liste détaillée des sujets couverts soit nécessaire, ni même utile. Mais nous pensons qu'il est possible de formuler quelques lignes directrices pour un "premier niveau européen en mathématiques", et, plus important, pour les savoir-faire que tous les diplômés devraient avoir acquis.

#### **3.1 Contenus**

**3.1.1** Tout diplômé en mathématiques devra connaître, comprendre, et savoir mettre en pratique les méthodes et techniques figurant au programme. La base commune à toutes les filières comprendra

- l'analyse élémentaire à une et plusieurs variables
- l'algèbre linéaire

**3.1.2** Les domaines mathématiques de base que devront connaître les diplômés ne se réduisent pas à ceux qui ont historiquement motivé l'activité mathématique, mais doivent également en comporter d'autres, d'origine plus moderne. Ainsi, les diplômés devront être familiarisés avec la plupart des domaines suivants, et de préférence tous:

- équations différentielles élémentaires
- fonctions complexes élémentaires
- des éléments de probabilités
- des éléments de statistique
- quelques méthodes numériques
- la géométrie élémentaire des courbes et surfaces
- quelques structures algébriques
- des éléments de mathématiques discrètes

Il n'est pas nécessaire que chacun de ces points soit l'objet d'un module spécifique traitant le sujet en profondeur d'un point de vue abstrait. Par exemple, on peut aborder l'étude des groupes aussi bien dans un cours de théorie (abstraite) des groupes que dans le cadre d'un cours de cryptographie. Quant aux idées géométriques, compte tenu de leur rôle central, elles pourraient apparaître dans bien des cours.

**3.1.3** Les autres méthodes et techniques seront traitées selon les exigences et les spécificités de la filière, ce qui déterminera également pour une bonne part le niveau auquel elles seront développées. Dans tous les cas, toute filière devrait comporter un nombre substantiel de cours à contenu mathématique.

**3.1.4** Il y a en réalité deux types de cursus qui coexistent en Europe, et les deux sont utiles. Suivant [QAA]<sup>2</sup>, appelons-les filières "à approche théorique" et filières "à approche pratique". Le poids de chacun de ces deux types de filières varie largement selon les pays, et il serait intéressant de déterminer si la majeure partie des filières des universités européennes sont "à approche théorique" ou non.

---

<sup>2</sup> Ce document a été considéré extrêmement utile et a reçu l'agrément unanime du groupe. En fait, nous l'avons cité presque mot pour mot à certains endroits.

Les diplômés des filières à approche théorique auront une connaissance et une compréhension de résultats couvrant un large choix des principaux domaines des mathématiques. L'algèbre, l'analyse, la géométrie, la théorie des nombres, les équations différentielles, la mécanique, la théorie des probabilités ou la statistique sont des exemples possibles de tels domaines, mais il y en a bien d'autres. Cette connaissance et cette compréhension viendront à l'appui de méthodes et techniques mathématiques, en fournissant un contexte théorique solidement construit.

Les diplômés de filières à approche pratique auront également une bonne connaissance de résultats couvrant plusieurs domaines des mathématiques, mais ce savoir sera généralement conçu pour soutenir la compréhension de modèles et la manière dont on peut les appliquer. Outre ceux mentionnés ci-dessus, ces domaines incluent l'analyse numérique, la théorie du contrôle, la recherche opérationnelle, les mathématiques discrètes, la théorie des jeux (domaines qui peuvent bien sûr être aussi étudiés dans les filières à approche théorique) et bien d'autres.

**3.1.5** Il est nécessaire que tout diplômé ait été confronté à au moins un domaine important d'application des mathématiques où elles sont utilisées sérieusement car ceci est essentiel pour une bonne appréciation du domaine. La nature du domaine d'application et la manière dont il est étudié peut varier selon qu'il s'agit d'une filière à approche théorique ou à approche pratique. Parmi les domaines d'application possibles figurent la physique, l'astronomie, la chimie, la biologie, les sciences de l'ingénieur, les techniques de l'information et de la communication, l'économie, la comptabilité, la finance, et bien d'autres.

## **3.2 Les savoir-faire**

**3.2.1** Même pour une notion classique telle que l'intégration à une variable, le même intitulé pourrait recouvrir des contenus bien différents, comme :

- le calcul d'intégrales simples
- la compréhension de la définition de l'intégrale de Riemann
- la preuve de l'existence et des propriétés de l'intégrale de Riemann pour une classe de fonctions
- l'usage d'intégrales pour modéliser et résoudre des problèmes de diverses sciences.

Ainsi, il y a un contenu qui doit être clairement expliqué, mais en même temps divers savoir-faire doivent être développés à travers l'étude du sujet.

**3.2.2** Les étudiants qui achèvent avec succès des études en mathématique ont un choix extrêmement vaste de carrières qui s'offrent à eux. Les employeurs apprécient grandement les capacités et la rigueur intellectuelles, l'aptitude au raisonnement que ces étudiants ont acquise, leurs capacités de calcul solidement établies, et l'approche analytique dans la résolution de problèmes qui leur est caractéristique.

C'est pourquoi nous considérons que les trois aptitudes que l'on peut attendre de tout diplômé en mathématiques sont :

- (a) l'aptitude à concevoir une preuve,
- (b) l'aptitude à modéliser mathématiquement une situation,
- (c) l'aptitude à résoudre des problèmes au moyen d'outils mathématiques.

Il est clair que, de nos jours, la résolution de problèmes devrait inclure leur résolution numérique, au moyen de l'ordinateur. Ceci exige de bonnes connaissances en algorithmique et en programmation et l'usage de logiciels.

**3.2.3** A noter également que savoir-faire et niveaux sont acquis progressivement au travers de nombreux sujets. Nous ne débutons pas une filière de mathématiques par un cours appelé "comment faire une preuve" et un autre appelé "comment modéliser une situation", avec l'idée que ces savoir-faire seront acquis immédiatement. Au contraire, c'est par la pratique dans tous les cours que ceux-ci se développeront.

### **3.3 Le niveau**

Tous les diplômés auront, au moins dans certains domaines particuliers, des connaissances et une compréhension développées à un haut niveau. Les contenus de haut niveau des filières seront en rapport avec l'intitulé de la filière. Par exemple, les diplômés de filières dont l'intitulé comporte la statistique devront avoir une connaissance et une compréhension de l'essentiel de la théorie de l'inférence statistique et de nombreuses applications de la statistique. Des filières avec un intitulé tel que mathématiques peuvent s'étendre assez largement sur diverses branches du sujet, mais il convient néanmoins que les diplômés de telles filières aient traité en profondeur au moins certains sujets.

## **4. Le deuxième degré (Master) en mathématiques**

Nous avons déjà clairement exprimé notre conviction que ce serait une erreur de mettre en place une quelconque forme de tronc commun pour les études de deuxième cycle. En raison de la diversité des mathématiques, les différentes filières devraient s'adresser à un large éventail d'étudiants, y compris souvent certains dont le premier degré ne serait pas à dominante mathématique, mais appartenant à des domaines plus ou moins liés (informatique, physique, sciences de l'ingénieur, économie, etc.). De ce fait, nous devrions viser des filières de deuxième cycle d'une grande diversité de thèmes.

Plutôt que les contenus, nous pensons que c'est le niveau d'assimilation atteint par des étudiants qui devrait être le dénominateur commun à tous les enseignements de deuxième cycle. La réalisation d'un travail personnel important pourrait être l'une des caractéristiques communes exigible. Ceci pourrait se refléter dans la réalisation d'un projet individuel substantiel.

Nous pensons que, pour permettre un véritable travail individuel en mathématiques, le temps requis pour obtenir le diplôme de Master devrait être l'équivalent d'au moins 90 crédits ECTS. C'est pourquoi, en fonction de la structure nationale des études de premier et deuxième cycle, un Master devrait typiquement varier entre 90 et 120 crédits ECTS.

## **5. Cadre commun et accord de Bologne**

**5.1** La manière dont les différents pays mettront en place l'accord de Bologne génèrera des différences entre les tronc communs. En particulier, 3+2 pourra de pas être équivalent à 5, car dans une structure 3+2 les 3 années pourraient conduire à un diplôme professionnel; ce qui signifie qu'on passera moins de temps sur des notions fondamentales, ou à 2 années supplémentaires, et dans ce cas tout l'esprit de la filière de 3 ans devrait être différent.

**5.2** Savoir s'il vaut mieux pour les mathématiques qu'elles consistent en une Licence de 180 ECTS suivies d'un master de 120 ECTS (une structure 3+2 en termes d'années universitaires), ou si une structure 240+90 (4+1+projet) est préférable, peut dépendre de bien des choses. Par exemple, un découpage 3+2 facilitera à coup sûr le changement d'orientation, des étudiants suivant un master dans un domaine différent de celui où ils ont acquis leur Licence.

Un aspect qui ne peut être ignoré, au moins en mathématiques, est la formation de professeurs du secondaire. Si les compétences pédagogiques doivent être acquises durant les études de premier cycle, ces dernières devront probablement durer 4 ans. Au contraire, si un Master est exigé pour enseigner dans le secondaire, une Licence en trois ans peut convenir, la formation des maîtres étant alors l'une des options de postgraduation (au niveau Master ou autre).

**5.3** Le groupe n'a pas tenté de résoudre des contradictions qui pourraient apparaître entre différentes mises en places de l'accord de Bologne (par exemple si des filières universitaires en trois ans et en cinq ans coexistaient ; ou si d'autres structures en cycles sont mises en vigueur : 3+1, 2+3, 4+1, 4+1+projet ont tous été proposés). Comme nous l'avons dit, la coexistence de différents systèmes pourrait être acceptable, mais nous pensons qu'un grand écart par rapport à la norme (comme une structure 3+1, ou une structure ne respectant pas les principes de la section 3) demande à être justifié par une exigence appropriée du niveau d'entrée, ou par d'autres facteurs spécifiques à la filière, pouvant être l'objet d'une évaluation externe. A défaut, de tels diplômes risqueraient de ne pas bénéficier de la reconnaissance européenne automatique que procure l'appartenance à un cadre commun, mêmes s'il s'agit de filières d'enseignement supérieur de qualité.



## 6. Références

- [B] [http://www.bologna-berlin2003.de/pdf/bologna\\_declaration.pdf](http://www.bologna-berlin2003.de/pdf/bologna_declaration.pdf)
- [P] [http://www.bologna-berlin2003.de/pdf/Prague\\_communique.pdf](http://www.bologna-berlin2003.de/pdf/Prague_communique.pdf)
- [QAA] Le document de référence (Benchmark document) pour les mathématiques, la statistique et la recherche opérationnelle de l'agence britannique "Quality Assurance Agency for Higher Education", <http://www.qaa.ac.uk/crntwork/benchmark/phase2/mathematics.pdf>.
- [T1] les sites officiels du projet *Tuning educational structures in Europe*:  
<http://www.relint.deusto.es/TuningProject/index.htm>,  
<http://www.let.rug.nl/TuningProject/index.htm>
- [T2] Informations sur le projet *Tuning educational structures in Europe* sur le site de la Commission Européenne <http://europa.eu.int/comm/education/tuning.html>

### **MEMBRES DU “GROUPE TUNING DE MATHEMATIQUES”**

Stephen Adam, University of Westminster (Higher education expert)  
José Manuel Bayod, Universidad de Cantabria ([bayodjm@unican.es](mailto:bayodjm@unican.es))  
Martine Bellec, Université Paris IX Dauphine ([martine.bellec@dauphine.fr](mailto:martine.bellec@dauphine.fr))  
Marc Diener, Université de Nice ([diener@math.unice.fr](mailto:diener@math.unice.fr))  
Alan Hegarty, University of Limerick ([Alan.Hegarty@ul.ie](mailto:Alan.Hegarty@ul.ie))  
Poul Hjorth, Danmarks Tekniske Universitet ([P.G.Hjorth@mat.dtu.dk](mailto:P.G.Hjorth@mat.dtu.dk))  
Anne Mette Holt, Danmarks Tekniske Universitet (International relations expert)  
Günter Kern, Technische Universität Graz ([Kern@opt.math.tu-graz.ac.at](mailto:Kern@opt.math.tu-graz.ac.at))  
Frans J. Keune, Katholieke Universiteit Nijmegen ([keune@sci.kun.nl](mailto:keune@sci.kun.nl))  
Luc Lemaire, Université Libre de Bruxelles ([luc.lemaire@ulb.ac.be](mailto:luc.lemaire@ulb.ac.be))  
Andrea Milani, Università degli Studi di Pisa ([milani@dm.unipi.it](mailto:milani@dm.unipi.it))  
Julian Padgett, University of Bath ([jap@maths.bath.ac.uk](mailto:jap@maths.bath.ac.uk))  
María do Rosário Pinto, Universidade de Porto ([mspinto@fc.up.pt](mailto:mspinto@fc.up.pt))  
Adolfo Quirós, Universidad Autónoma de Madrid ([adolfo.quirós@uam.es](mailto:adolfo.quirós@uam.es))  
Wolfgang Sander, Technische Universität Braunschweig ([w.sander@tu-bs.de](mailto:w.sander@tu-bs.de))  
Hans-Olav Tylli, University of Helsinki ([hojtylli@cc.helsinki.fi](mailto:hojtylli@cc.helsinki.fi))